УДК 004.93

Л.Г. Ахметшина, А.А. Егоров
Днипровский национальный университет имени Олеся Гончара, Украина
пр. Гагарина 17, г. Днипро, 49050

НЕЧЕТКАЯ КЛАСТЕРИЗАЦИЯ ПОЛУТОНОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

L.G. Akhmetshina, A.A. Yegorov
The Dnipro National University named by Oles Hochar, Ukraine
17, Gagarin av., Dnipro, 49050

GRAYSCALE IMAGES FUZZY CLUSTERING BASED ON INITIAL DATA TRANSFORMATION

Работа посвящена описанию модифицированного метода нечеткой кластеризации полутоновых изображений, который на каждой итерации выполняет динамическое преобразование исходных данных на основе сингулярного разложения с автоматическим отбором наиболее значимых столбцов матрицы левых сингулярных векторов. Это дает возможность повышения чувствительности сегментации. Предложенный метод показан на примере алгоритма нейро-фаззи кластеризации sFCM. Результаты экспериментальных исследований были получены при обработке реальных полутоновых медицинских изображений. При этом было достигнуто лучшее выделение объектов интереса и структуры изображения в целом.
Ключевые слова: полутоновые изображения, нечеткая кластеризация, динамическое преобразование, сингулярное разложение

The work is devoted to the description of the grayscale images fuzzy clustering method, which performs dynamic transformation of initial data based on singular decomposition (with automatic determining the most important columns of left singular vectors matrix) on each step. This approach may lead to segmentation sensitivity enhancement. Proposed method was described on the example of neuro-fuzzy clustering algorithm sFCM. The results of experimental researches were obtained after processing of real grayscale medical image. Better identification of objects of interest and whole image structure was achieved.
Keywords: grayscale images, fuzzy clustering, dynamic transformation, singular decomposition

Введение

Существует множество различных алгоритмов кластеризации, основанных на детерминированных, статистических, нечетких и эвристических моделях. Фундаментальное различие между типами этих алгоритмов существенно зависит от характеристик доступных данных.

Кластеризация изображений является сложной процедурой, способ выполнения которой существенно зависит как от их характеристик, так и от особенностей решаемой задачи [1]. Разнообразие целей обработки и типов изображений, различные недостатки существующих методов (например, недостаточная чувствительность при обработке низкоконтрастных изображений, большое количество управляющих параметров, низкая производительность и т.п.), зависимость эффективности метода кластеризации от исходных данных усложняет выбор подходящего алгоритма при решении конкретной задачи.

Таким образом, разработка новых/модификация существующих методов кластеризации остается актуальной задачей.

Постановка задачи

В настоящее время для решения задачи кластеризации часто применяются нечеткие алгоритмы, нейросети, а также нейро-фаззи методы, позволяющие объединить достоинства обоих подходов. В работах [2, 3, 4] был описан алгоритм sFCM, представляющий собой объединение сети Кохонена и алгоритма нечеткой кластеризации FCM. При обработке изображений с помощью алгоритма sFCM существует возможность выполнения динамического преобразования функции принадлежности (на основе применения

методов повышения контраста), что позволяет повысить чувствительность кластеризации. Выбор метода динамической обработки оказывает существенное влияние на конечный результат.

В работе [5] было предложено применение метода сингулярного разложения при визуализации результатов нечеткой кластеризации с использованием композиции исходного изображения и нечеткой функции принадлежности, что позволяет обеспечить повышение детализации в областях интереса при выполнении сегментации.

В данной работе предложен модифицированный алгоритм sFCM для кластеризации полутоновых изображений, который, за счет выполнения динамического преобразования с применением сингулярного разложения исходных данных на каждой итерации, позволяет обеспечить повышение чувствительности сегментации.

Изложение основного материала

Предложенный в данной работе алгоритм состоит из следующих шагов:

1. Инициализация начального числа кластеров c и значений матрицы центров нечетких кластеров v^0; экспоненциального веса нечеткой кластеризации m; коэффициента увеличения числа нечетких кластеров N_e.
2. Формирование начальных векторов весов нейронов SOM, на основании матрицы центров нечетких кластеров предыдущей итерации v_{fcm}^{t-1}, количество которых $[N_e \cdot c,1]$ (одномерная структура – столбец). Дополнительные значения v_{fcm}^{t-1} вычисляются методом пропорционального распределения [3, 4].
3. Кластеризация исходных данных с помощью SOM, происходящая в два этапа: грубая и тонкая настройка весов нейронов. При этом выполняется динамическое уменьшение количества нейронов, описанное в работе [3, 4].
4. Формирование новых значений центров нечетких кластеров v_{som}^t путем выбора значимых нейронов, полученных в результате обучения SOM.
5. Вычисление текущих значений функции принадлежности u^t

$$u_{k,i}^t = \sum_{L=1}^{c}\left[\frac{D_{i,k}}{D_{i,L}}\right]^{\frac{-2}{m-1}} \begin{pmatrix} \forall k \in \{1,...,c\}, \\ \forall i \in \{1,...,n\} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

причем матрица D вычисляется следующим образом:

$$D_{i,k} = \sqrt{\left(X_i - \left(v_{som}^t\right)_k\right)^T A\left(X_i - \left(v_{som}^t\right)_k\right)}, \quad (2)$$
$$\left(\forall i \in \{1,...,n\}, \forall k \in \{1,...,c\}\right)$$

где матрица $A = I$.

6. Динамическое преобразование исходных данных на основе сингулярного разложения, которое выполняется следующим образом:

6.1 Формируется матрица I^1 с размерностью $n \times (di + c)$, которая содержит исходное изображение и матрицу U. Причем n – количество пикселей исходного изображения, а di – количество цветовых компонент (для полутоновых изображений $di = 1$).

6.2 Полученная матрица I^1 подвергается сингулярному разложению [6], в результате чего формируются три матрицы: I_S^1 (содержит левые сингулярные вектора), S_S (содержит собственные числа) и V_S (содержит правые сингулярные вектора) такие, что:

$$I^1 = I_s^1 \cdot S_s \cdot (V_s)^T. \quad (3)$$

При этом размерности матриц I^1 и I_S^1 совпадают, а размерность матриц S_S и V_S имеет значение $(di + c) \times (di + c)$ (используется экономное представление сингулярного разложения).

6.3 Все столбцы матрицы I_S^1 масштабируются на отрезок [0,1] и интерпретируются как матрица размерности

$dy \times dx \times (di + c)$, где dy и dx – размерность исходного снимка по вертикали и горизонтали, соответственно.

6.4 На основе матрицы V_s вычисляется вектор коэффициентов C по следующей формуле [5]:

$$C_i = \left(\left| \sum_{j=1}^{di+c} (V_s)_{i,j} \right| + \left| \sum_{j=1}^{di+c} (V_s)_{j,i} \right| \right) / 2, \quad (4)$$

$i \in [1, di + c]$

6.5 Вектор коэффициентов C упорядочивается по убыванию, а его элементы нормируется так, чтобы их сумма была равна 1.

6.6 Формируется вектор dC, содержащий разности для каждой пары соседних элементов вектора C.

6.7 Вычисляется значение dC_a по формуле:

$$dC_a = \frac{\sum_{j=1}^{di+c-1} dC_j}{2(di + c - 1)} + \frac{(dC_{\min} + dC_{\max})}{4}, \quad (5)$$

где $dC_{\min}$ и $dC_{\max}$ – минимальный и максимальный элементы вектора dC, соответственно.

6.8 На основе значения dC_a при просмотре элементов вектора dC с конца выбирается такой индекс $i_{\max}$, для которого выполняется условие:

$$dC_{i_{\max}} \geq dC_a. \quad (6)$$

6.9 Если выполняется условие:

$$i_{\max} > c, \quad (7)$$

то динамическое преобразование исходных данных не будет более осуществляться, и происходит переход к пункту 7. Необходимость этого шага обусловлена ухудшением детализации исходного изображения при получении большого числа информативных столбцов матрицы I_s^1. Условие (7) было получено в ходе проведения экспериментов.

6.10 Элементы вектора dC с индексами от 1 до $i_{\max} + 1$ нормируется так, чтобы их сумма была равна 1.

6.11 Формируется изображение I^2 по формуле:

$$I_{y,x}^2 = \sum_{j=1}^{i_{\max}+1} I_{y,x,j}^1 \cdot dC_j, \quad (8)$$

$$y \in [1, dy], x \in [1, dx]$$

6.12 Изображение I^2 масштабируются на отрезок [0,1], после чего интерпретируется, как исходные данные X.

6.13 Выполняются шаги 2 – 5 для получения обновленных матриц v_{som}^t и u^t.

7. Формируется матрица v_{fcm}^t по формуле:

$$v_{k,j}^t = \left(\sum_{i=1}^{n} \left(u_{k,i}^t\right)^m \cdot X_{i,j} \right) / \sum_{i=1}^{n} \left(u_{k,i}^t\right)^m, \quad (9)$$

$$(\forall k \in \{1,\ldots,c\}, \forall j \in \{1,\ldots,q\})$$

Эта матрица будет использована в начале следующей итерации.

8. Вычисляются значения Δ_v^t как среднее по матрице расстояний между центрами v_{fcm}^t и v_{fcm}^{t-1}, а также критерии V_{xb}^t и V_{fz}^t по формулам

$$V_{xb}^t = \frac{\sum_{k=1}^{c} \sum_{i=1}^{n} \left(u_{k,i}^t\right)^m \cdot \sum_{j=1}^{q} \left(X_{i,j} - v_{k,j}^t\right)^2}{n \cdot \left(d_{\min}^e\right)^2}, \quad (10)$$

$$V_{fz}^t = \frac{\sum_{k=1}^{c} \sum_{i=1}^{n} \left(u_{k,i}^t\right)^2}{n}, \quad (11)$$

где q – количество информативных признаков каждого вектора исходных данных (при сегментации полутоновых изображений равно 1), d_{min}^e – минимальное Евклидово расстояние между центрами нечетких кластеров. Уменьшение показателями Ксие-Биени и увеличение показателя нечеткости

характеризуют улучшение качества нечеткого разбиения на группы.

9. Если выполняется условие:

$$C_{fz}^{t} \geq C_{fz}^{\max}, \quad (12)$$

причем значение C_{fz}^{t} при поиске конечного результата вычисляется по формуле:

$$C_{fz}^{t} = V_{fz}^{t} / V_{xb}^{t}, \quad (13)$$

где $C_{fz}^{\max}$ – максимальный из коэффициентов C_{fz}^{t}, полученных в процессе обучения, то запоминаются следующие значения: $\Delta_{v}^{\max} = \Delta_{v}^{t}$, $C_{fz}^{\max} = C_{fz}^{t}$, $u^{\max} = u^{t}$ и $v_{fcm}^{\max} = v_{fcm}^{t}$.

10. Если не выполняется условие:

$\Delta_{v}^{t} < \varepsilon$ или

$$(\left|V_{xb}^{t} - V_{xb}^{t-1}\right| < \varepsilon \text{ и } \left|V_{fz}^{t} - V_{fz}^{t-1}\right| < \varepsilon), \quad (14)$$

где V_{xb}^{t-1} и V_{fz}^{t-1} – показатели Ксие-Биени и нечеткости предыдущей итераций, соответственно, то переход к пункту 2.

11. Если выполняется условие

$$C_{fz}^{t} < C_{fz}^{\max} \text{ и } (\Delta_{v}^{t} > \Delta_{v}^{\max} \text{ или } (\Delta_{v}^{t} < \Delta_{v}^{\max} \text{ и } p_{\Delta_{v}} > p_{c})), \quad (15)$$

причем коэффициенты $p_{\Delta_{v}}$ и p_{c} определяются выражениями:

$$p_{c} = \frac{\left|C_{fz}^{t} - C_{fz}^{\max}\right|}{\max(C_{fz}^{t}, C_{fz}^{\max})} \cdot \frac{1}{C_{fz}^{\max} - C_{fz}^{\min}}, \quad (16)$$

$$p_{\Delta_{v}} = \frac{\left|\Delta_{v}^{t} - \Delta_{v}^{\max}\right|}{\max(\Delta_{v}^{t}, \Delta_{v}^{\max})} \cdot \frac{1}{\left(\Delta_{v}^{\max}\right)' - \Delta_{v}^{\min}}, \quad (17)$$

где $C_{fz}^{\min}$ и $\Delta_{v}^{\min}$ – минимальные значения параметров C_{fz}^{t} и Δ_{v}^{t}, соответственно, а $\left(\Delta_{v}^{\max}\right)'$ – максимальное значение критерия Δ_{v}^{t}, то происходит возврат к сохраненным значениям матриц нечеткой функции принадлежности $u^{\max}$ и центров нечетких кластеров $v_{fcm}^{\max}$, которые и являются результатом обучения.

Экспериментальные результаты. Представленный алгоритм был применен при обработке различных полутоновых изображений, примером которых являются снимки, представленные на рис. 1, 2.

На рис. 1 а приведена томограмма головного мозга, выполненная с целью диагностики наличия гематомы, а также определения области ее влияния. На основе анализа гистограммы исходного изображения (рис. 1 б) этот снимок нельзя отнести к классу низкоконтрастных. Однако диагностирование гематомы по исходному изображению затруднено из-за ее расположения на низкоконтрастном участке снимка (фрагмент, обведенный прямоугольником), а область ее влияния вообще визуально неразличима. Введение рентгеноконтрастного вещества (рис. 1 в) хоть и позволяет более четко выделить гематому, однако не выявляет области ее влияния.

На рис. 2 а представлено полутоновое медицинское изображение − спин-спиновая T2 релаксация ЯМР участка головного мозга. По гистограмме исходного снимка (рис. 2 б) можно заключить, что это темное низкоконтрастное изображение.

При проведении экспериментов в базовом алгоритме sFCM динамическое сжатие и обработка нечеткой функции принадлежности не использовались. Как для базового, так и для модифицированного алгоритмов перед применением карты Кохонена число нечетких кластеров увеличивалось в 4 раза, а также осуществлялось упорядочение центроидов на основе матрицы Евклидовых расстояний. Выбор исходного числа нейронов после обучения карты Кохонена осуществлялся на основе максимального соответствия. Количество нечетких кластеров $c = 6$ в обоих случаях. Визуализация результатов

нечеткой кластеризации выполнялась на основе сравнения с исходными данными [4]

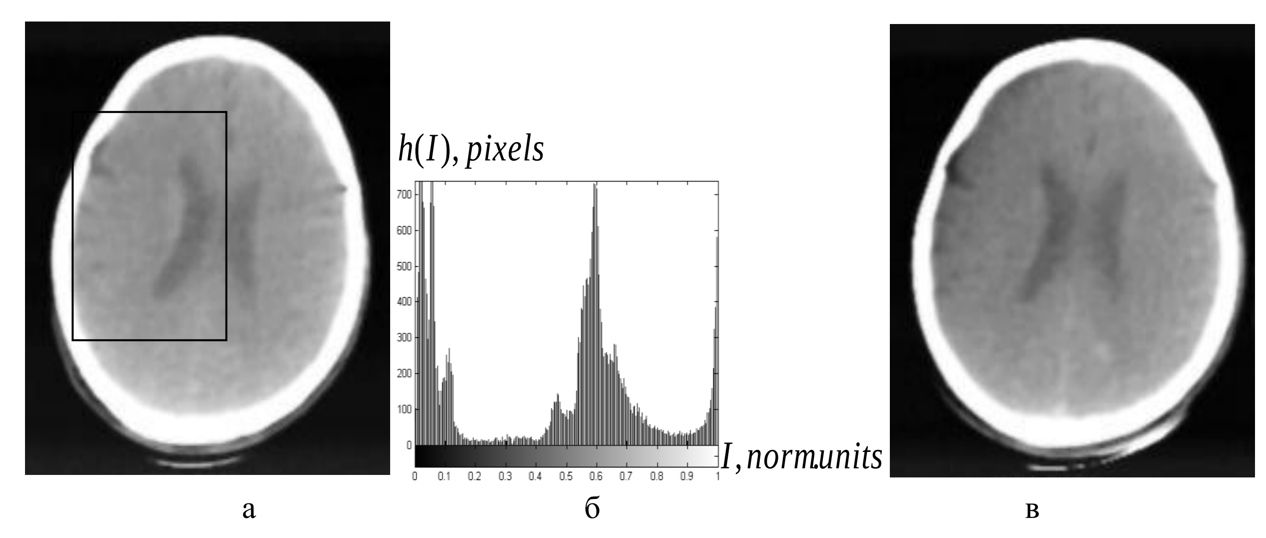


Рис. 1. Рентгеновская томограмма головного мозга: а – исходный полутоновой снимок (204x201); б – его гистограмма; в – результаты введения рентгеноконтрастного вещества

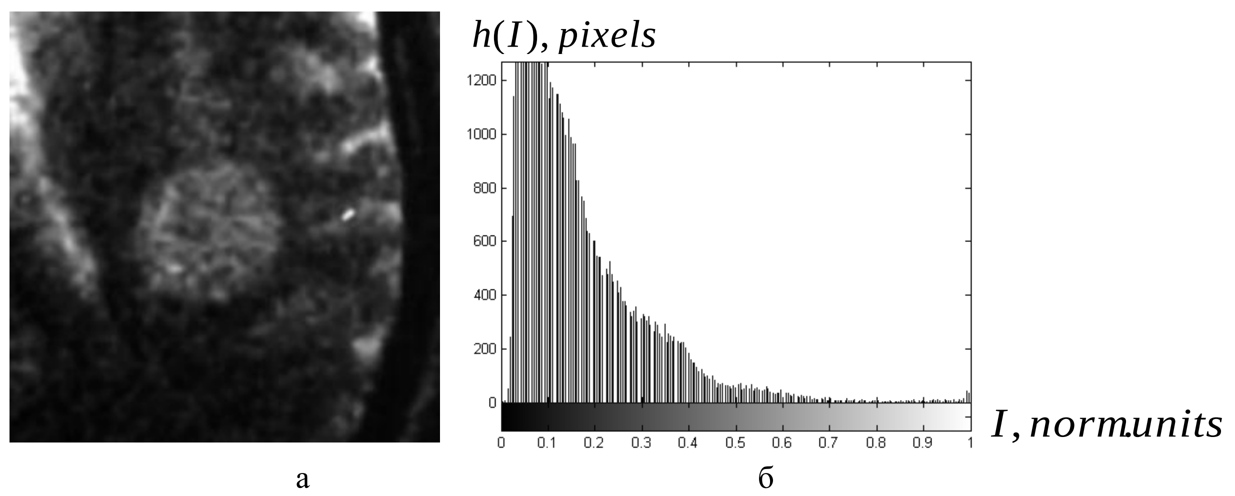
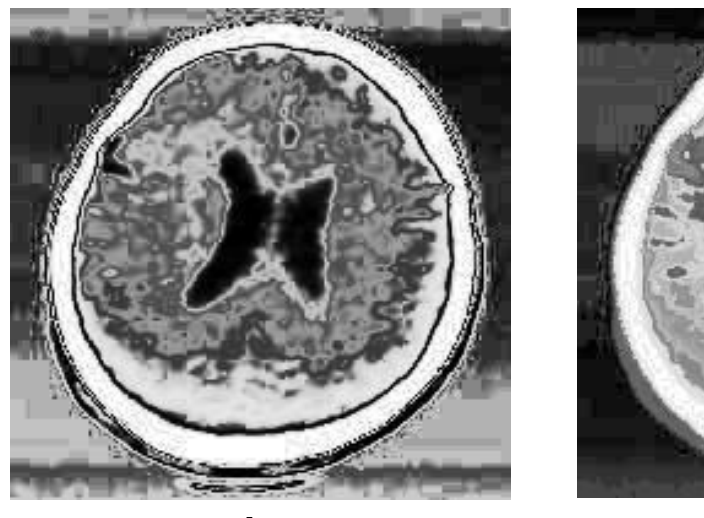
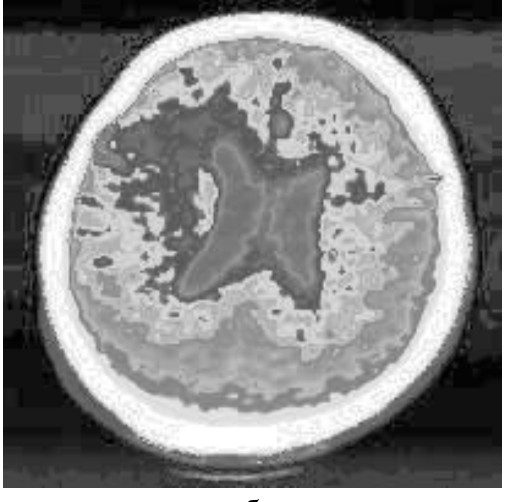


Рис. 2. Спин-спиновая Т2 релаксация ЯМР участка головного мозга: а – исходный полутоновой снимок (256x256); б – гистограмма

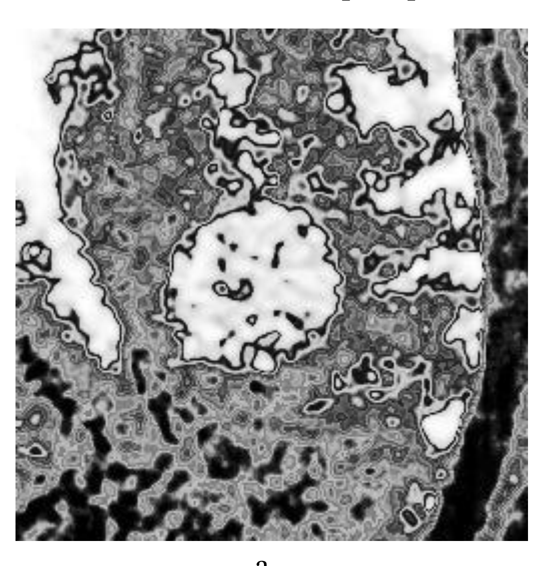
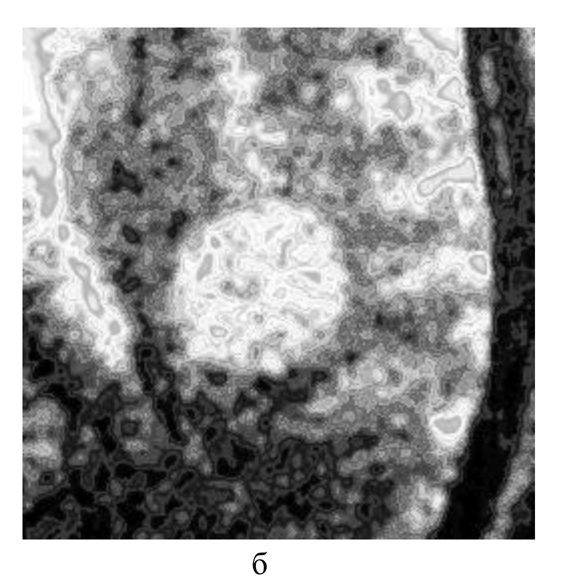
На рис. 3 представлены результаты кластеризации снимка, приведенного на рис. 1 а базовым (рис. 3 а) и модифицированным (рис. 3 б) алгоритмами sFCM. Несмотря на то, что в обоих случаях происходит выделение объектов интереса, предложенный метод позволяет обеспечить лучшее визуальное выделение области влияния гематомы за счет отсутствия излишней детализации фона.

На рис. 4 представлены результаты кластеризации снимка, приведенного на рис. 2 а базовым (рис. 4 а) и модифицированным (рис. 4 б) алгоритмами sFCM. Применение модифицированного алгоритма позволило получить качественное выделение различных областей изображения при уменьшении излишней детализации по сравнению с применением базового метода.

а б

Рис. 3. Кластеризация изображения рис. 1а: а − базовым алгоритмом sFCM, б − модифицированным алгоритмом sFCM

а б

Рис. 4. Кластеризация изображения рис. 2 а: а − базовым алгоритмом sFCM, б − модифицированным алгоритмом sFCM

Выводы

Предложенный в данной работе модифицированный алгоритм sFCM позволяет обеспечить лучшее выделение объектов интереса и структуры изображения в целом по сравнению с базовым методом при выполнении кластеризации полутоновых снимков. При этом сингулярное разложение − не единственный метод, который может быть применен при динамическом преобразовании исходных данных. Перспективным подходом, например, является использование для этой цели метода независимых компонент. Предложенный подход, предполагающий динамическое преобразование исходных данных, может быть применен также для других алгоритмов нечеткой кластеризации, базирующихся на FCM.

Однако, следует отметить, что модифицированный метод обладает несколько меньшим быстродействием, т.к. при выполнении динамического преобразования исходных данных требуется повторное выполнение кластеризации сетью Кохонена и пересчет матрицы расстояний и нечеткой функции принадлежности. Также модифицированный алгоритм в данной

реализации не может обрабатывать полутоновые изображения в случае расширения пространства входных признаков. Для некоторых изображений условие (7) срабатывает на 1-ой итерации. В этом случае результаты кластеризации модифицированного алгоритма sFCM будут такими же, как для базового метода.

Литература

1. Гонсалес, Р. (2006) *Цифровая обработка изображений*. – М.: Техносфера.
2. Ахметшина, Л.Г. (2008) Сегментация низкоконтрастных изображений алгоритмом гибридной кластеризации SOM-FCM. *Системні технології*, 2 (55), 34-40.
3. Егоров, А.А. (2011) Повышение быстродействия метода гибридной нечеткой кластеризации за счет динамического сжатия размерности карты Кохонена. *Штучний інтелект*, 54 (4), 489 – 497.
4. Егоров, А. (2015) *Оптимизация яркости изображений на основе нейро-фаззи технологий*. − Lambert.
5. Ахметшина, Л.Г. (2015) Визуализация результатов нечеткой кластеризации изображений на основе сингулярного разложения. *Вестник Херсонского национального технического университета*, 3 (54), 198–202.
6. Форсайт, Дж. (1968) *Численное решение систем линейных алгебраических уравнений.* – М.: Мир.

References

1. Gonsales, R. (2006) Tsifrovaya obrabotka izobrazheniy. – M.: Tehnosfera.
2. Ahmetshina, L.G. (2008) Segmentatsiya nizkokontrastnyih izobrazheniy algoritmom gibridnoy klasterizatsii SOM-FCM. *Systemni tekhnolohii*, 2 (55), 34-40.
3. Egorov, A.A. (2011) Povyishenie byistrodeystviya metoda gibridnoy nechetkoy klasterizatsii za schet dinamicheskogo szhatiya razmernosti kartyi Kohonena. Shtuchnyi intelekt, 54 (4), 489-497.
4. Egorov, A. (2015) *Optimizatsiya yarkosti izobrazheniy na osnove neyro-fazzi tehnologiy*. – Lambert.
5. Ahmetshina, L.G. (2015) Vizualizatsiya rezultatov nechetkoy klasterizatsii izobrazheniy na osnove singulyarnogo razlozheniya. *Vestnik Hersonskogo natsionalnogo tehnicheskogo universiteta,* 3 (54), 198-202.
6. Forsayt, Dzh. (1968) *Chislennoe reshenie sistem lineynyih algebraicheskih uravneniy*. – M.: Mir.

RESUME

L.G. Achmetshina, A.A. Yegorov

Grayscale images fuzzy clustering based on initial data transformation

The article is devoted to the description and experimental researches of the abilities of grayscale images fuzzy clustering method based on dynamical initial data transformation. The essence of proposed approach is to perform dynamic initial data transformation based on singular decomposition of initial data and fuzzy membership function (which is interpreted as multidimensional image) on each step of calculation. After singular decomposition most informative columns of left singular vectors matrix are chosen automatically. This automated columns importance detection is based on coefficients which are calculated with right singular vectors matrix usage. To avoid negative influence of singular value decomposition special stopping condition (was obtained after experimental researches) is used.

Usage of proposed approach allows obtaining of better grayscale images segmentation sensitivity. Described clustering method was released and checked for neuro-fuzzy clustering algorithm sFCM. But also proposed approach may be released for any fuzzy clustering algorithm based on FCM.

The experimental researches were made for various real grayscale medical images. Segmentation results of such images in compare with base sFCM method are shown in this article. These results demonstrate the effectiveness of proposed clustering algorithm.

Proposed clustering method has next disadvantages: decreasing performance due to repeating of Kohonen's map clustering for centers of fuzzy clusters obtaining, distance matrix and fuzzy membership function calculation after dynamical transformation of initial data; absence of ability to work with enhanced dimension of informative attributes for processed grayscale images; for some images dynamical initial data transformation will be disabled after 1-st iteration, so results of base and modified algorithms will be the same.

Надійшла до редакції 28.09.2018

